Vorlesung 8a

Zweistufige Zufallsexperimente

Teil 4:

Bedingte Verteilung

(Buch S. 111)

Bisher legten wir das Hauptaugenmerk auf den

Aufbau der gemeinsamen Verteilung von X_1 und X_2

aus der Verteilung von X_1

und Übergangswahrscheinlichkeiten

über die Multiplikationsregel:

$$\mathbf{P}(X_1 = a_1, X_2 = a_2) := \rho_1(a_1) P(a_1, a_2)$$

im diskreten Fall,

$$\mathbf{P}(X_1 \in da_1, X_2 \in da_2) := f_1(a_1)\, da_1\, g_{a_1}(a_2) da_2$$

im Fall mit Dichten.

Jetzt gehen wir den **Weg zurück:**

Wir gehen aus von der gemeinsamen Verteilung

und berechnen aus ihr die bedingte Verteilung

Es gelte

$$\mathbf{P}(X_1 = a_1, X_2 = a_2) = \nu(a_1, a_2)$$

im diskreten Fall,

$$\mathbf{P}(X_1 \in da_1, X_2 \in da_2) = f(a_1, a_2)\, da_1\, da_2$$

im Fall mit Dichten.

Wie man die Verteilung von X_1 aus der

(gemeinsamen) Verteilung von (X_1, X_2) bekommt,

wissen wir schon:

Im diskreten Fall:

$$\rho_1(a_1) = \mathbf{P}(X_1 = a_1) = \sum_{a_2 \in S_2} \nu(a_1, a_2).$$

Im Fall mit Dichten:

$$f_1(a_1)\, da_1 = \mathbf{P}(X_1 \in da_1) = \left(\int_{S_2} f(a_1, a_2)\, da_2\right) da_1.$$

Die *bedingte Verteilung* von X_2 gegeben $\{X_1 = a_1\}$

bekommt man durch Umstellen der Multiplikationsregel:

$$\mathbf{P}(X_2 \in A_2 \,|\, X_1 = a_1) := \frac{\mathbf{P}(X_1 = a_1, X_2 \in A_2)}{\mathbf{P}(X_1 = a_1)}$$

im Fall von diskretem X_1,

und im Fall mit Dichten

als *bedingte Dichte von X_2 gegeben $\{X_1 = a_1\}$*:

$$\mathbf{P}(X_2 \in da_2 \,|\, X_1 = a_1) := \frac{f(a_1, a_2)}{f_1(a_1)}\, da_2.$$

In der Matrix der gemeinsamen Verteilungsgewichte

$$\nu(a_1, a_2) = \mathbf{P}(X_1 = a_1, X_2 = a_2)$$

ist $\mathbf{P}(X_2 \in A_2 \,|\, X_1 = a_1)$ das relative Gewicht von A_2

bezogen auf das Gesamtgewicht der Zeile a_1